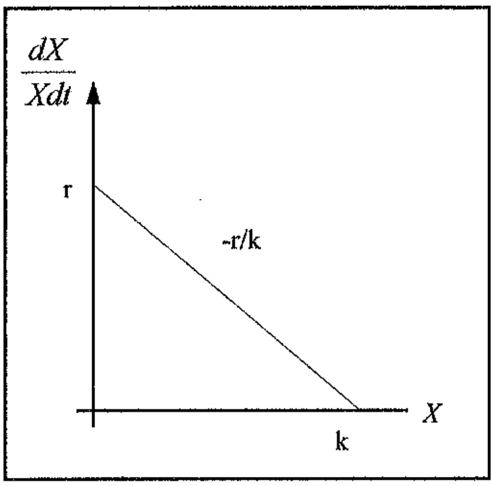
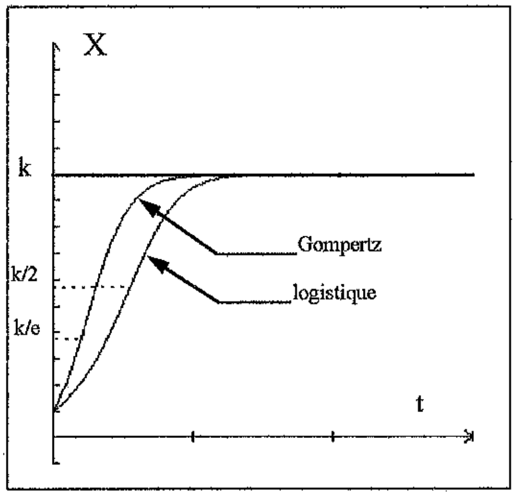
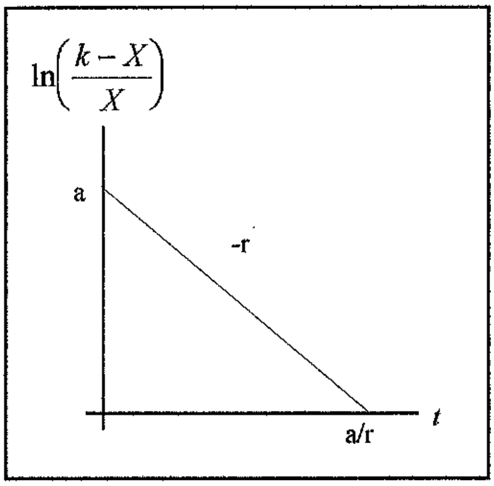
I MODÈLE LOGISTIQUE

- $X_{t+1} = X_t + rX_t\left(\frac{k-X_t}{k}\right)$ d'où $\frac{dX}{dt} = rX_t\left(\frac{k-X}{k}\right)$ et $\frac{dX}{Xdt} = r - r\frac{X}{k}$; le taux d'accroissement relatif est donc linéaire de X et passe par les points $(0,r)$ et $(k,0)$.

- Forme linéaire de l'équation logistique : $\ln(\frac{k-X}{X}) = a - rt$.







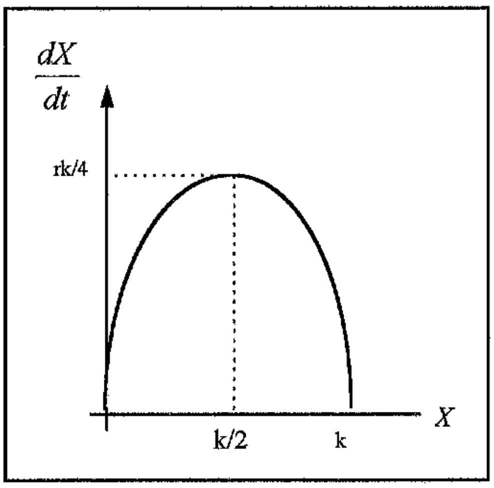
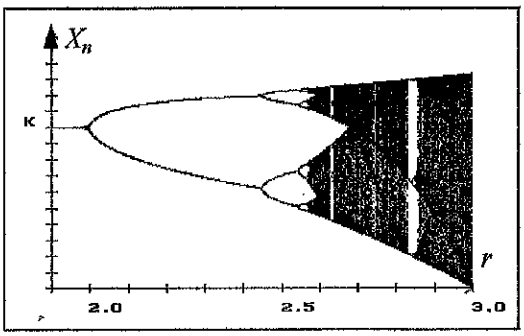


diagramme de bifurcation :



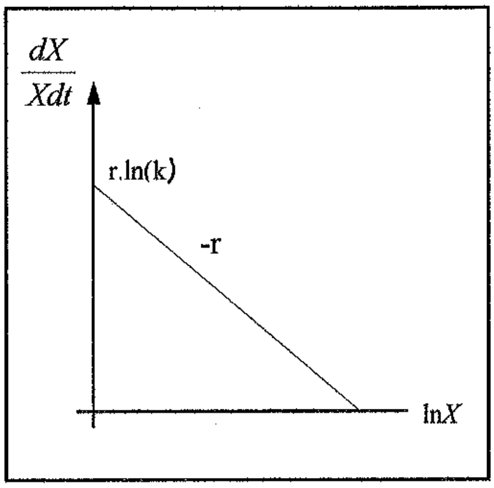
II MODELE DE GOMPERTZ

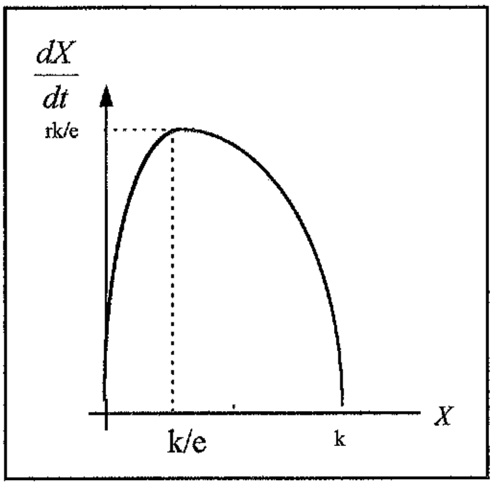
$\frac{dX}{dt} = rX \ln\left(\frac{k}{X}\right)$ **Dans ce modèle le taux r de croissance ne varie pas.**

Forme différentielle :

$X_t = k\,e^{-\lambda.e^{-rt}}$

Le taux d'accroissement relatif est : $\frac{dX}{Xdt} = r \ln k - r \ln X$. On a donc une droite :





Le maximum de la population est atteint pour $\frac{d(dX/dt)}{dX} = 0$

or : $\frac{d(dX/dt)}{dX} = r\ln k - \left(rX.\frac{1}{X} + r\ln X\right)$

donc $r(\ln K - \ln X - 1) = 0$, $\ln\frac{K}{X} = 1 \Rightarrow X = \frac{k}{e}$.